

PORÓWNANIE METOD UWZGLĘDNIANIA RYZYKA W BILANSACH PASZOWYCH MODELU PROGRAMOWANIA LINIOWEGO OPTYMALIZUJĄCEGO PLANY PRODUKCJI GOSPODARSTWA ROLNEGO

Stanisław Gędek

Katedra Ekonomiki i Organizacji Agrobiznesu, Akademia Rolnicza w Lublinie
Kierownik Katedry: prof. dr hab. Dionizy Niezgoda

Słowa kluczowe: optymalizacja planów produkcji gospodarstwa rolnego, programowanie liniowe, ryzyko

Key words: farm production optimisation, linear programming, risk

S y n o p s i s: Problem uwzględniania ryzyka w ograniczeniach paszowych modelu programowania liniowego stosowanego do optymalizacji planów produkcji w rolnictwie rozwiązywany jest przy pomocy kilku metod opartych na różnych podstawach teoretycznych. W opracowaniu dokonano porównania skutków zastosowania metody Charnesa-Coopera i metody powielania ograniczeń.

WSTĘP

Optymalizacja planów produkcji gospodarstw rolniczych była jednym z pierwszych zastosowań programowania liniowego. Wkrótce po opracowaniu przez Dantzigę algorytmu simplex służącego rozwiązywaniu zagadnień programowania liniowego, pojawiła się publikacja, w której Hildreth i Reiter [1951] przedstawili zastosowanie tej metodyki do optymalizacji decyzji produkcyjnych w gospodarstwach rolnych.

Zastosowanie programowania liniowego do optymalizacji planów w gospodarstwie rolnym budziło wiele kontrowersji [Manteuffel 1962, Reisch 1962, Schmidt 1958]. Dotyczyły one głównie możliwości pogodzenia założeń, na których oparta jest metoda programowania liniowego z teorią gospodarstwa rolnego, braku możliwości uzyskiwania rozwiązania w liczbach całkowitych w odniesieniu przynajmniej do niektórych zmiennych oraz niemożności uwzględnienia wahań losowych poszczególnych parametrów (plonów roślin, cen itp.)¹.

Problemy związane z całkowitoliczbowością usunięto stosunkowo najwcześniej, wraz z pojawieniem się algorytmu dającego rozwiązanie problemów programowania liniowego w liczbach całkowitych [Chou, Heady 1961, Colyer 1968]. Wątpliwości teoretyczne również zostały usunięte. Weinschenck [1967] wykazał, iż nie ma sprzeczności pomiędzy tzw. organiczną teorią gospodarstwa rolnego a programowaniem liniowym, zaś sprzeczność z teorią

¹ W szczegółach kontrowersje wokół zastosowań programowania liniowego do optymalizacji planów w gospodarstwie rolnym przedstawił Urban [1976].

marginalną ma w dużej mierze charakter pozorny.

Odpowiedzią na deterministyczny charakter wszystkich parametrów w „klasycznym” programowaniu liniowym był rozwój tak zwanych metod uwzględniania ryzyka. Ich metodologia oparta była na bardzo różnych podstawach teoretycznych [Gędek 1984, Malicki 1992, Wicks, Guise 1978].

CEL OPRACOWANIA I JEGO UZASADNIENIE

Dużej aktywności w tworzeniu metod „uwzględniania ryzyka” z rzadka towarzyszyła refleksja nad ich podstawami teoretycznymi [Gędek, Jabłonowski 2001, Podkaminer 1980]. Brak jest natomiast, poza pewnymi wyjątkami, badań nad porównaniem skutków ich zastosowania. Owe nieliczne wyjątki dotyczyły wyłącznie kwestii uwzględniania ryzyka w parametrach funkcji celu i ograniczone były bądź do porównania skutków zastosowania różnych kryteriów wyboru stosowanych w teorii gier [McInerney 1967], bądź też tylko do porównania podejścia wynikającego z teorii gier z metodologią *EV* i to wyłącznie na poziomie formalnym [Hazell 1970]².

Uwzględnianie ryzyka w parametrach techniczno-ekonomicznych (*t-e*) modelu programowania liniowego optymalizującego plany produkcji gospodarstw rolnych w stosunku do zagadnień ryzyka w parametrach funkcji celu „przedstawia daleko większy problem” [Wicks, Guise 1978]. W znacznie też mniejszym stopniu problem ten był przedmiotem refleksji teoretycznej. Metod uwzględniania wahań losowych parametrów techniczno-ekonomicznych powstało dosyć dużo. Brak jest jednak niemal zupełnie jakichkolwiek porównań skutków ich zastosowania³. Celem opracowania jest próba zapełnienia tej luki – porównanie rozwiązań uzyskanych przy zastosowaniu dwu najczęściej stosowanych metod uwzględniania ryzyka w parametrach *t-e*, opartych na różnych założeniach, metody Charnesa-Coopera [1959] oraz metody powielania ograniczeń⁴.

OPIS PORÓWNYWANYCH METOD

Problem programowania liniowego w postaci deterministycznej zastosowany do optymalizacji planów rocznych gospodarstwa rolnego ma postać:

$$\max: \mathbf{c}^T \mathbf{x}, \quad (1)$$

przy czym:

$$\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}, \quad (2)$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}, \quad (3)$$

² Znacznie szerszego zakresu metod dotyczyło porównanie dokonane przez Malickiego [1992]. Ograniczyło się ono jednak wyłącznie do różnic w budowie modelu.

³ Porównywane były czasem rozwiązania modelu deterministycznego i z zastosowaniem wybranej metody uwzględniania wahań losowych parametrów techniczno-ekonomicznych [Borkowski, Wrzosek 1993, Jabłonowski 1994].

⁴ Metoda powielania ograniczeń ma źródło w koncepcji Madansky’ego [1962] nazwanej przez niego *fat solution*. Nazwa „powielanie ograniczeń” dla zastosowań tej metody w modelach optymalizujących plany gospodarstw rolnych użyta została po raz pierwszy przez Jabłonowskiego [1994].

gdzie:

- \mathbf{x} – n -wymiarowy wektor, którego składowymi są zmienne decyzyjne określające rozmiary działalności produkcyjnych lub jakichkolwiek innych zmiennych pomocniczych,
 \mathbf{c} – n -wymiarowy wektor współczynników funkcji celu poszczególnych zmiennych decyzyjnych i pomocniczych,
 \mathbf{A} – macierz o wymiarach $m \times n$ zawierająca współczynniki techniczno-ekonomiczne,
 \mathbf{b} – m -wymiarowy wektor ograniczeń.

Zarówno macierz \mathbf{A} , jak i wektory \mathbf{b} i \mathbf{c} mogą zawierać elementy, których wielkość podlega wahaniom losowym. Ryzyko, z tego wynikające, to fakt, że elementy macierzy \mathbf{A} , jak i składowe wektora \mathbf{b} podlegają wahaniom losowym, polegającym głównie na tym, że zastosowanie substytutów deterministycznych (na przykład wartości średnich) w tych ograniczeniach, w których takie wahania występują, może prowadzić do tego, iż ograniczenia te nie będą spełnione, gdy plan będzie realizowany.

Idea metody Charnesa-Coopera polega na tym, że jeśli w którymś z ograniczeń występują parametry podlegające wahaniom losowym, to ograniczenie to nie może być spełnione z prawdopodobieństwem równym 1, więc należy dążyć do tego, aby prawdopodobieństwo spełnienia tego ograniczenia było bliskie 1 (na przykład 0,95 lub 0,99). Jeśli więc dane jest *k*-te ograniczenie o postaci:

$$\mathbf{a}_k \mathbf{x} \leq b_k \quad (4)$$

gdzie:

- \mathbf{a}_k – k -ty wektor macierzy \mathbf{A} , zawierający składowe będące zmiennymi losowymi,
 \mathbf{x} – wektor zmiennych decyzyjnych,
 b_k – wielkość k -tego ograniczenia, to dla spełnienia postulatu wymienionego powyżej powinien on być zastąpiony przez wyrażenie o postaci:

$$\bar{\mathbf{a}}_k \mathbf{x} + u_\gamma \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{D}_k \mathbf{x}} \leq b_k \quad (5)$$

gdzie:

- $\bar{\mathbf{a}}_k$ – wektor wartości średnich parametrów k -tego ograniczenia,
 \mathbf{D}_k – macierz wariancji-kowariancji parametrów wektora \mathbf{a}_k ,
 u_γ – odpowiedni kwantyl rozkładu normalnego standaryzowanego bądź rozkładu t-Studenta⁵.

Rozwiązywanie problemów, w których zastosowano metodę Charnesa-Coopera, wymaga stosowania algorytmów programowania nieliniowego, powodujących zwiększenie czasu obliczeń w stosunku do zagadnień programowania liniowego o podobnej wielkości. Spowodowało to dążenie do linearyzacji tej metody, z których można wymienić bazującą na metodzie MOTAD⁶ metodę RINOCO⁷ [Wicks, Guise 1978] oraz metodę opracowaną przez Borkowskiego i Wrzowska [1993], w której odchylenie standardowe zastąpiono odchyleniem absolutnym⁸.

⁵ W przypadku, gdy rozkład jest różny od normalnego bądź nie jest w ogóle znany, odpowiednik wielkości u_γ można wyznaczyć z twierdzenia Czebyszewa, a jego wielkość wynosi w przypadku, gdy $\gamma = 0,95$, około 4,47 [Francisco, Kennedy 1975].

⁶ Opracowana przez Hazella [1971] liniowa alternatywa dla podejścia *EV* uwzględniania ryzyka w parametrach funkcji celu modelu programowania liniowego.

⁷ *Risky INput-Output COefficients*.

⁸ Warto tu wspomnieć o linearyzacji zaproponowanej przez Rahmana i Bendera [1971] dla przypadku, gdy macierz wariancji-kowariancji jest diagonalna (kowariancje składowych wektora \mathbf{a} są równe zero). W przypadku zastosowań do optymalizacji planów gospodarstwa rolnego założenie o zerowej wartości kowariancji nie jest jednak spełnione, stąd metoda ta może być wykorzystywana jedynie w przypadku optymalizacji dawek paszowych.

Warunkiem stosowania metody powielania ograniczeń (*fat solution*) jest prawdziwość założenia, że łączny rozkład parametrów macierzy \mathbf{A} i wektora \mathbf{b} jest rozkładem dyskretnym. Mówiąc inaczej, zakłada się, że istnieje skończona liczba „stanów natury” i dla każdego ze stanów natury znane są realizacje poszczególnych parametrów macierzy \mathbf{A} i wektora \mathbf{b} . Możliwe jest więc uzyskiwanie rozwiązań zawsze zgodnych⁹, przez „powielenie” każdego ograniczenia, w którym występują parametry losowe tyle razy, ile jest wyróżnionych stanów natury. Jeśli więc k -te ograniczenie miałyby w przypadku deterministycznego charakteru wszystkich parametrów postać:

$$\mathbf{a}_k \mathbf{x} \leq b_k \quad (6)$$

to w przypadku występowania wahań losowych składowych wektora \mathbf{a} lub parametru b i zastosowania metody *fat solution* (powielania ograniczeń) należy ten warunek zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{k(1)} \mathbf{x} &\leq b_{k(1)} \\ \dots \\ \mathbf{a}_{k(h)} \mathbf{x} &\leq b_{k(h)} \\ \dots \\ \mathbf{a}_{k(r)} \mathbf{x} &\leq b_{k(r)}. \end{aligned} \quad (7)$$

gdzie: r – liczba realizacji wektora \mathbf{a} równa jest \mathbf{a}_k .

Dosyć oczywistym zarzutem, który można postawić metodzie *fat solution* w przypadku jej zastosowania w modelach programowania liniowego służących optymalizacji planów gospodarstw rolniczych jest to, że nie jest możliwe wyszczególnienie wszystkich stanów natury, a tym samym nie jest możliwe uzyskanie rozwiązania mającego charakter *permanently feasible* [Wicks, Guise 1978]. Jak się jednak okazuje, możliwe jest rozszerzenie tej metody na przypadek, gdy liczba stanów natury jest niepoliczalna, a tym samym rozkład parametrów macierzy \mathbf{A} i wektora \mathbf{b} jest rozkładem ciągłym. Zgodnie bowiem z twierdzeniem udowodnionym przez Jabłonowskiego [1995], jeśli warunek (6) zastąpi się relacją (7) to prawdopodobieństwo, iż warunek ten nie będzie spełniony jest nie większe niż:

$$\frac{r^r}{(r+1)^{r+1}} \quad (8)$$

przy czym nie trzeba wprowadzać żadnych założeń co do rozkładu wielowymiarowej zmiennej losowej, której realizacjami są składowe wektora \mathbf{a}_k (r – jak we wzorze (7), oznacza liczbę realizacji wektora \mathbf{a}_k).

Rozwiązania uzyskane w takim przypadku przy pomocy metody powielania warunków nie są więc *permanently feasible*, ale można identyfikować prawdopodobieństwo spełnienia poszczególnych warunków oraz sterować prawdopodobieństwem ich spełnienia przez określanie liczby powieleń¹⁰.

⁹ *Permanently feasible* [Madansky 1962, s. 467].

¹⁰ Wartość wyrażenia (8) spada bardzo szybko wraz ze wzrostem liczby powieleń, dla $r = 2$ wynosi 0,148, dla $r = 4$ około 0,082, około 0,049 dla $r = 7$ i około 0,035 dla $r = 10$.

METODYKA PORÓWNAŃ

Celem porównań jest określenie, jak zmieniać się będzie struktura rozwiązania optymalnego i wartość funkcji celu, gdy zmieniać się będą wielkości wariancji plonów roślin paszowych oraz ich kowariancji. Takie sformułowanie celu wynika stąd, że źródłem zagrożeń związanych z możliwością niespełnienia ograniczeń, jest losowa zmienność parametrów. Konsekwencją tak określonego celu jest konieczność korzystania z danych hipotetycznych, gdyż tylko wtedy można kontrolować w pełni zarówno wielkość wariancji poszczególnych parametrów, jak i kowariancje pomiędzy nimi.

W oparciu o model gospodarstwa rolnego. Metodyka taka (model w miejsce rzeczywistego gospodarstwa) została przyjęta, gdyż pozwala na pewne uproszczenia, tak aby jego rozmiary nie zamazywały istoty problemu i pozwala na pełniejszą prezentację różnic spowodowanych zastosowaniem poszczególnych metod. Model, na postawie którego będą prowadzone porównania zamieszczono w tabeli 1. Dla uproszczenia przyjęto, iż jedynym kierunkiem produkcji zwierzęcej jest produkcja mleka, a wahania losowe dotyczą wyłącznie bilansów żywienia (ograniczenia 14-16 w tabeli 2). Przyjęto też założenie, że wahania losowe nie dotyczą parametrów funkcji celu.

Tabela 1. Macierz modelu gospodarstwa

Zmienne	Nr ograniczenia	Powierzchnia uprawy [ha]							Liczba krów	TUZ	Relacja	Ograniczenie		
		buraki	jęczmień towarowy	jęczmień na paszę	koniczyna	pszenica	rzepak	ziemniaki						
Ograniczenia														
Nr zmiennej		1	2	3	4	5	6	7	8	9				
Bilans GO	1	1	1	1	1	1	1	1			≤	b_1		
Ograniczenie TUZ	2									1	≤	b_2		
	max. buraków	3	1								≤	0		
	max. ziemniaków	4						1			≤	0		
	max. koniczyny	5			1						≤	0		
Bilanse zmianowania		6	1	-1	-1	1	-1				≤	0		
		7	-1	1	1			-1	-1		≤	0		
	bilanse następstwa roślin	8				-1	1	-1	-1		≤	0		
		9		-1	-1	-1		1			≤	0		
		10		-1	-1	-1	-1	-1	1		≤	0		
Bilanse robocizny [rbh]	sianokosy	11	45			20			8	15	18	≤	0	
	źniwa	12		10	10			12	12		10	16	≤	0
	wykopki	13	33					3		53	18,4	≤	0	
Bilanse paszowe	energia [MJ]	14	-a		-a	-a				22907	-a	≤	0	
	białko [kg]	15	-a		-a	-a				316	-a	≤	0	
	sucha masa [kg]	16	a		a	a				-5835	a	≤	0	
Funkcja celu		2705	820	-1097	-1220	2835	1740	4600	4030					

Źródło: opracowanie własne.

Bilanse następstwa roślin modelu (tab. 1, ograniczenia 3-10) skonstruowane zostały zgodnie z metodologią zaproponowaną przez Mazurkiewicza [1986]. Bilanse paszowe przedstawiono w modelu zawartym w tabeli 1 w postaci podstawowej. Będą one modyfikowane w zależności od przyjętej metody uwzględniania wahań losowych ich parametrów. Bilanse robocizny dotyczą jedynie trzech okresów agrotechnicznych (sianokosy, żniwa i wykopki), gdyż poza tymi okresami nie występują szczyty zapotrzebowania na robociznę. Na zmienną „liczba krów” nałożony został warunek całkowitoliczbowości. Rozwiązania modelu uzyskano przy pomocy programu *What'sBest!* 8.0.4.6¹¹.

W tabeli 2 zamieszczono plony roślin paszowych przyjęte do porównań. Zostało bowiem wykazane [Gędek 1993], że jeżeli jakakolwiek zmienna jest ograniczana powielanymi bilansami zarówno z dołu, jak i z góry, a tak jest w przypadku zmiennej „liczba krów” (por. tabela 1, zmienna 8), to może dojść do wypaczenia struktury rozwiązania optymalnego, a nawet do powstania modeli sprzecznych. Również wahania plonów tych roślin nie wykraczają poza realne granice, chociaż można uznać, że w przypadku plonów z trwałych użytków zielonych różnice te są dosyć wysokie.

W przypadku plonów z TUZ przyjęto dwa poziomy wariacji i dwa poziomy ich kowariancji z plonami innych roślin paszowych. Przy określaniu plonów z TUZ przyjęto, że poziom ich wariacji nie wpływa na wielkość średniej ani na wielkość kowariancji z wysokością plonów innych roślin¹². Współczynniki korelacji pomiędzy plonami roślin paszowych użytych do porównań zamieszczono w tabeli 3.

Tabela 2. Przyjęte do porównań plony roślin paszowych (w tonach) oraz trwałych użytków zielonych (TUZ) przy różnych założeniach dotyczących wariacji i kowariancji plonów TUZ z plonami pozostałych roślin paszowych

Rok obserwacji	Buraki	Jęczmień	Koniczyna	TUZ			
				niska wariacja		wysoka wariacja	
				kowariancja			
				niska	wysoka	niska	wysoka
1	45	3,25	70	40	40	35	35
2	50	3,50	50	50	40	40	35
3	47	3,30	55	60	45	65	40
4	44	3,20	75	75	50	80	40
5	43	3,10	70	65	60	65	65
6	42	3,10	80	70	60	75	65
7	41	3,00	85	60	65	65	65
8	40	3,00	85	40	65	40	70
9	38	2,90	80	45	70	35	75
10	35	2,90	80	65	75	70	80
Średnia	42,5	3,125	73	57	57	57	57
Wariancja	18,9	0,036	145,6	156,7	156,7	306,7	306,7
Współczynnik zmienności	0,102	0,061	0,165	0,220	0,220	0,307	0,307

Źródło: opracowanie własne

¹¹ Demonstracyjną wersję tego programu (mającą jednak spore możliwości) można znaleźć na stronie www.lindo.com.

¹² To ostatnie założenie mogło być spełnione jedynie w przybliżeniu (por. tabela 3).

Tabela 3. Współczynniki korelacji plonów poszczególnych roślin pastewnych

Poziom kowariancji plonów TUZ	Roślina pastewna	Niska wariancja plonów TUZ			Zwiększona wariancja plonów TUZ		
		buraki	jęczmień	koniczyna	buraki	jęczmień	koniczyna
Niski	jęczmień	0,969	1	-0,836	0,969	1,000	-0,836
	koniczyna	-0,836	-0,883	1	-0,836	-0,883	1,000
	TUZ	-0,051	-0,035	0,048	-0,124	-0,117	0,153
Wysoki	jęczmień	0,969	1,000	-0,836	0,969	1	-0,836
	koniczyna	-0,836	-0,883	1,000	-0,836	-0,883	1
	TUZ	-0,938	-0,944	0,784	-0,904	-0,916	0,744

Źródło: opracowanie własne.

Wartości paszowe roślin pastewnych przyjęto za „Normami żywienia zwierząt”. W modelu wykorzystującym powielanie ograniczeń bilanse paszowe powtórzono 10 razy, gdyż tyle obserwacji liczą szeregi czasowe stanowiące podstawę porównań. Zgodnie z wzorem (8) prawdopodobieństwo niespełnienia bilansów paszowych jest wówczas równa co najwyżej 0,035. W modelu wykorzystującym metodę Charnesa-Coopera wartość u_y we wzorze (5) przyjęto w wysokości równej 95 percentylowi rozkładu t -Studenta o 9 stopniach swobody, co zapewnia, iż prawdopodobieństwo niespełnienia danego warunku (przy założeniu normalności rozkładu plonów) nie przekracza 0,05.

Model, którego konstrukcję przedstawiono w tabeli 1, wymaga pewnej modyfikacji w przypadku zastosowania metody powielania ograniczeń. Wykazano bowiem [Gędek 1993], że jeżeli jakkolwiek zmienna jest ograniczana powielanymi bilansami zarówno z dołu, jak i z góry, a tak jest w przypadku zmiennej „liczba krów” (tab. 1, zmienna 8), to może dojść do wypaczenia struktury rozwiązania optymalnego, a nawet do powstania modeli sprzecznych. Istota tej modyfikacji w odniesieniu do modelu zastosowanego w niniejszej pracy polega na tym, że wyznaczana jest dla każdego roku dopuszczalna wartość zmiennej „liczba krów” stanowiąca podstawę do określenia takiej wartości tej zmiennej, która spełnia wszystkie bilanse żywieniowe dla każdego roku [Gędek 1993]. Fragment modelu wykorzystującego metodę powielania ograniczeń i wykorzystujący opisaną modyfikację zamieszczono w tabeli 4.

Wielkość modelowego gospodarstwa przyjętego do porównań ustalono na 100 hektarów użytków rolnych. Udział trwałych użytków zielonych w strukturze użytków rolnych był zmieniany od zera do 50%, co 5%. Dało to 11 wariantów modeli o różnej strukturze użytków rolnych. Wzrost udziału trwałych użytków zielonych w strukturze UR skutkował również wzrostem wariancji plonów roślin pastewnych, bowiem wariancja plonów TUZ jest największa (tab. 2).

Następnym elementem różnicującym poszczególne modele była wielkość zasobów robocizny. Przyjęto dwa warianty. W pierwszym zasoby robocizny są ograniczone dosyć restrykcyjnie – 1400 rbh dla sianokosów, 1300 rbh dla żniw i 1900 dla wykopków. W drugim wariancie przyjęto, iż zasoby robocizny są na tyle duże, iż nie stanowią ograniczenia. Modele różnicowane były również przez przyjęty poziom wariancji plonów z TUZ oraz tym, jak były one skorelowane z plonami innych roślin.

Dokonano porównania dla 88 modeli. Dało to możliwość pełnego porównania wyników otrzymanych przy zastosowaniu obydwu testowanych metod.

Tabela 4. Fragment macierzy modelu gospodarstwa, w którym zastosowano metodę powielania bilansów służący wyznaczeniu liczby krów

Nr zmiennej	Nr ograniczenia	Powierzchnia uprawy [ha]				liczba krów	Zmienne określające liczbę krów				Relacja	Ograniczenie
		buraki	... jęczmień na paszę	... konopie	...		1	2	...	9		
		1	3	4	8	10	11	18	19			
Bilanse robocizny [rbl]	Sianokosy	11	45	20	15	18					\leq	b_{11}
	Żniwa	12		10	10	16					\leq	b_{12}
	Wykopyki	13	33		18,4						\leq	b_{13}
Energia	1	14,1	-45450	-23075	-23170	-11375	22907,5				\leq	0
	2	14,2	-50500	-24850	-16550	-11375	22907,5				\leq	0
Białko	9	14,9	-38380	-20590	-26480	-24375		22907,5			\leq	0
	10	14,10	-35350	-20590	-26480	-26000		22907,5			\leq	0
Bilanse paszowe	1	15,1	-765	-279,5	-567	-199,5	316				\leq	0
	2	15,2	-850	-301	-405	-199,5	316				\leq	0
Sucha masa	9	15,9	-646	-249,4	-648	-427,5		316			\leq	0
	10	15,10	-595	-249,4	-648	-456		316			\leq	0
Funkcje celu	1	16,1	9675	2843,75	5950	2975	-5835				\leq	0
	2	16,2	10750	3062,5	4250	2975	-5835				\leq	0
Funkcje celu	9	16,9	8170	2537,5	6800	6375		-5835			\leq	0
	10	16,10	7525	2537,5	6800	6800		-5835			\leq	0
Funkcje celu	17					1	-1				\leq	0
	18					1	-1				\leq	0
Funkcje celu	...										\leq	0
	25					1	-1				\leq	0
Funkcje celu	26					1	-1				\leq	0
			2705	...	-1097	-1220	...	4030	0	0	0	0

Źródło: opracowanie własne.

WYNIKI PORÓWNAŃ

Wyniki obliczeń dla modelu przedstawianego w tabeli 1 zamieszczono w tabelach 5-8. W tabeli 5 przedstawiono zmiany jakim podlega wartość funkcji celu, gdy zmieniany jest udział TUZ dla poszczególnych przypadków. Dla lepszego uchwycenia obrazu zmiany przedstawiono w procentach w stosunku do sytuacji, w której udział TUZ w strukturze użytków rolnych jest równy zero. Porównanie może być przeprowadzone w ten sposób, gdyż dla sytuacji, w której udział TUZ jest równy zero, wartość funkcji celu jest dla obydwu metod bardzo bliska. Wynosi ona 402 387 zł dla metody Charnesa-Coopera i 402 276 zł dla metody powielania ograniczeń.

Dane zawarte w tabeli 5 wskazują na generalną tendencję spadku wartości funkcji celu wraz ze wzrostem udziału TUZ w strukturze użytków rolnych. Wynika to przede wszystkim stąd, że, zgodnie z przyjętymi założeniami, plony z TUZ są najniższe spośród uwzględnionych w modelu roślin paszowych. Porównanie wartości funkcji celu uzyskiwanej dla poszczególnych sytuacji wskazuje, iż zastosowana metoda uwzględniania wahań losowych w parametrach t-e bilansów

Tabela 5. Zmiany wartości funkcji celu [%] w stosunku do modelu, w którym udział TUZ jest równy zero dla różnych poziomów wariancji plonów TUZ i kowariancji tych plonów z plonami innych roślin paszowych w przypadku zastosowania metody Charnesa-Coopera (CHC) i powielania ograniczeń (PO) przy uwzględnianiu wahań losowych w parametrach bilansów paszowych

Zasoby robocizny	% TUZ	Niska wariancja				Wysoka wariancja			
		kowariancja niska		kowariancja wysoka		kowariancja niska		kowariancja wysoka	
		CHC	PO	CHC	PO	CHC	PO	CHC	PO
Ograniczone	0	100	100	100	100	100	100	100	100
	5	99	100	100	100	99	100	100	100
	10	97	98	98	99	97	98	98	98
	15	95	96	96	97	94	95	95	96
	20	92	94	94	94	91	93	92	94
	25	90	92	91	92	88	90	90	92
	30	87	89	89	90	85	88	87	89
	30	87	87	86	88	82	85	84	87
	40	82	85	84	85	79	83	81	84
	45	80	83	81	83	76	80	78	82
50	76	80	78	80	71	77	73	79	
Bez ograniczeń	0	100	100	100	100	100	100	100	100
	5	98	99	99	97	98	99	99	100
	10	96	98	98	95	95	96	98	99
	15	93	95	97	92	91	93	96	97
	20	90	93	95	90	88	91	93	94
	25	87	91	92	87	84	88	90	91
	30	84	88	90	85	80	85	86	88
	35	80	86	87	82	76	82	82	85
	40	77	83	83	80	72	79	78	81
	45	74	80	79	77	68	76	73	78
50	71	77	76	75	64	73	69	75	

Źródło: opracowanie własne.

paszowych w niewielkim stopniu różnicuje wartość funkcji celu. W każdej jednak sytuacji, niezależnie od poziomu wariacji plonów TUZ i ich kowariancji z plonami innych roślin paszowych oraz wielkości zasobów siły roboczej, wartość funkcji celu w modelach, w których zastosowana była metoda powielania ograniczeń, była wyższa, niekiedy dosyć wyraźnie.

Ważną charakterystyką modelu jest zmienna „liczba krów”, gdyż jej bezpośrednio dotyczą ograniczenia, w których występują wahania losowe. Wartości tej zmiennej w poszczególnych sytuacjach uzyskane przy zastosowaniu każdej z dwu porównywanych metod zamieszczono w tabeli 6. Tu różnice pomiędzy wynikami uzyskanymi przy zastosowaniu poszczególnych metod są znacznie większe i obraz jest mniej klarowny niż w przypadku wartości funkcji celu.

Zasadnicza różnica pomiędzy wynikami uzyskanymi przy pomocy dwu testowanych metod polega na tym, że w przypadku metody powielania ograniczeń uzyskiwana wartości zmiennej „liczba krów” jest co najmniej nie mniejsza niż w przypadku zastosowania metody Charnesa-Coopera, w zasadzie w każdej sytuacji, jakiej dotyczy dane rozwiązanie. Wyjątkiem od tej reguły są jedynie modele, w których zasoby siły roboczej nie są ograniczone, poziom wariacji plonów TUZ jest normalny, a poziom kowariancji plonów z TUZ z plonami innych roślin pastewnych jest

Tabela 6. Wartość zmiennej „liczba krów” dla różnych poziomów wariacji plonów TUZ i kowariancji tych plonów z plonami innych roślin paszowych w przypadku zastosowania metody Charnesa-Coopera (CHC) i powielania ograniczeń (PO) przy uwzględnianiu wahań losowych w parametrach bilansów paszowych

Zasoby robocizny	% TUZ	Niska wariacja				Wysoka wariacja			
		kowariancja niska		kowariancja wysoka		kowariancja niska		kowariancja wysoka	
		CHC	PO	CHC	PO	CHC	PO	CHC	PO
Ograniczone	0	54	54	54	54	54	54	54	54
	5	55	56	55	56	54	56	55	56
	10	54	56	54	56	53	55	54	55
	15	53	55	53	54	50	54	52	53
	20	52	54	52	53	49	53	50	52
	25	51	54	50	52	47	52	48	51
	30	50	53	48	50	44	51	45	49
	30	50	52	47	49	41	50	43	47
	40	46	52	45	47	38	48	41	46
	45	44	51	43	46	41	46	40	44
Bez ograniczeń	50	43	48	46	47	39	45	47	46
	0	51	51	51	51	51	51	51	51
	5	53	53	52	51	52	54	52	54
	10	53	55	55	52	52	53	57	56
	15	53	55	60	52	51	53	72	88
	20	53	56	69	52	50	53	83	86
	25	52	56	83	53	48	53	75	83
	30	52	57	77	53	47	53	73	81
	35	51	57	75	53	45	52	70	79
	40	51	57	73	53	44	52	67	76
45	50	57	71	54	42	52	64	74	
50	50	57	68	54	46	52	60	72	

Źródło: opracowanie własne.

wysoki¹³. Dla tych przypadków w modelach, w których zastosowano metodę Charnesa-Coopera, zmienna „liczba krów” przyjmuje wartości większe, w niektórych przypadkach znacznie niż w modelach, w których zastosowano metody powielania ograniczeń.

Dane zawarte w tabeli 6 pozwalają zaobserwować również reakcję zmiennej „liczba krów” na wzrost wariancji plonów roślin paszowych. Wzrost wariancji plonów roślin paszowych w modelach wynika, zgodnie z założeniami konstrukcji modeli, z dwu przyczyn: ze wzrostu udziału TUZ w UR oraz ze wzrostu wariancji plonów z TUZ. Poza wymienionym poprzednio wyjątkiem, wzrost wariancji plonów roślin paszowych w większym stopniu ogranicza wartość zmiennej „liczba krów” w przypadku zastosowania metody Charnesa-Coopera niż w przypadku zastosowania metody powielania ograniczeń. Nieco inaczej przebiega też na ogół reakcja zmiennej „liczba krów” na wzrost udziału TUZ w UR. Generalny trend, niezależnie od zastosowanej metody uwzględniania wahań losowych w parametrach bilansów paszowych jest taki, że wzrost udziału TUZ w UR powoduje początkowo wzrost wartości zmiennej „liczba krów” w rozwiązaniu optymalnym, po czym następuje spadek. Charakterystyczna różnica pomiędzy rozwiązaniami modeli z wykorzystaniem metody Charnesa-Coopera polega na tym, że odwrócenie tendencji wzrostowej następuje przy niższym poziomie udziału TUZ w UR niż w przypadku rozwiązań modeli, w których wykorzystano metodę powielania ograniczeń. Potwierdza to wniosek o większej wrażliwości metody Charnesa-Coopera na wielkość wariancji.

W tabelach 7 i 8 zawarto wartości zmiennych określających strukturę zasiewów dla poszczególnych modeli, tworzonych przy różnych założeniach, w których wykorzystano obydwie testowane metody. W tabeli 7 zawarto wartości zmiennych dla przypadku niskiej wariancji plonów TUZ, zaś w tabeli 8 dla przypadku wysokiej wariancji plonów TUZ. Różnice pomiędzy wynikami uzyskanymi przy użyciu testowanych metod dotyczą przede wszystkim roślin paszowych. Wartości zmiennych określających powierzchnię zasiewów roślin towarowych różnicowane były przez użytą metodę uwzględniania wahań losowych w parametrach ograniczeń paszowych w znacznie mniejszym stopniu. Różnice, jeśli występowały, były na ogół niewielkie i dotyczyły przede wszystkim zmiennej określającej powierzchnię zasiewów rzepaku i, w mniejszym stopniu, pszenicy.

Różnice w wartościach zmiennych określających powierzchnię zasiewów roślin paszowych spowodowane zastosowaną metodą uwzględniania wahań losowych w parametrach, są znacznie bardziej wyraźne i dotyczą przede wszystkim jęczmienia paszowego i koniczyny (tab. 7 i 8). W niektórych przypadkach metoda Charnesa-Coopera daje niższą powierzchnię zasiewów koniczyny, a większą jęczmienia.

Wyniki zawarte w tabelach 7 i 8 nie pozwalają na sformułowanie kategoriycznych wniosków co do wpływu zastosowanej metody na wartości zmiennych określających strukturę zasiewów. W większości są one dosyć podobne. W tych przypadkach, gdy różnice są wyraźne, wynikają z różnic w wartościach zmiennej „liczba krów”. Można też zauważyć, że w niektórych sytuacjach metoda Charnesa-Coopera daje, większe, w porównaniu do metody powielania ograniczeń, wartości zmiennych określających powierzchnię tych roślin, których wariancja plonów jest mniejsza (jęczmień), a niższe wartości tych zmiennych, które określają powierzchnię roślin o większej wariancji plonów (koniczyna).

¹³ Wartość zmiennej „liczba krów” jest mniejsza również w modelu, w którym zastosowano metodę powielania ograniczeń, dla przypadku maksymalnego udziału TUZ w UR, przy wysokim poziomie wariancji plonów TUZ i wysokiej kowariancji tych plonów z plonami innych roślin pastewnych oraz gdy ograniczone są zasoby siły roboczej (tab. 6). Różnica wynosi jednak tylko 1, co wobec faktu, że na tę zmienną nałożony został warunek całkowitoliczbowości, nie podważa ogólnej zasady.

Tabela 7. Wartości zmiennych określających strukturę zasiewów uzyskane w modelach wykorzystujących różne metody uwzględniania wahań losowych w bilansach paszowych przy założeniu niskiej wariancji plonów z trwałych użytków zielonych (TUZ)

Kowariancja	Zasoby siły roboczej	% TUZ	Metoda Charnesa-Coopera						Metoda powielania ograniczeń								
			bu-raki	jęczmień towarowy	jęczmień paszowy	koni-czyzna	pszenica	rżepak	ziemiaki	bu-raki	jęczmień towarowy	jęczmień paszowy	koni-czyzna	pszenica	rżepak	ziemiaki	
ograniczenie	0	20				20,0	40,0	17,6	2,4	20				20,0	40,0	17,6	2,4
	5	19				19,0	38,0	16,2	2,8	19	0,1			19,0	37,9	16,5	2,4
	10	18				17,2	36,0	15,0	3,9	18				18,0	36,0	14,9	3,2
	15	17				16,0	34,0	13,0	4,9	17				16,6	34,0	13,2	4,2
	20	16				15,0	32,0	11,0	6,0	16				15,3	32,0	11,4	5,3
	25	15				14,1	30,0	8,8	7,1	15				14,9	30,0	9,0	6,1
	30	14				13,2	28,0	6,6	8,2	14				13,6	28,0	7,3	7,1
	30	14				13,2	28,0	6,6	8,2	13				12,3	26,0	5,5	8,2
	40	12				9,5	24,0	3,4	11,0	12				12,0	24,0	3,1	9,0
	45	11				7,8	22,0	1,8	12,5	11				10,9	22,0	1,0	10,0
50	10				7,2	20,0	0,3	12,5	10				8,0	20,0	0,1	11,8	
Niska	0	20				17,1	37,9			25,0	20			17,4	37,6		25,0
	5	19		0,5		16,6	35,1			23,8	19			16,5	35,8		23,8
	10	18		0,1		15,8	33,7			22,5	18	0,3		15,8	33,5		22,5
	15	17		0,1		14,9	31,7			21,3	17			14,7	32,1		21,3
	20	16		0,5		14,0	29,5			20,0	16	0,3		14,0	29,7		20,0
	25	15				13,0	28,3			18,8	15			12,9	28,4		18,8
	30	14		0,4		12,3	25,9			17,5	14	0,3		12,3	26,0		17,5
	35	13				11,3	24,5			16,3	13	0,3		11,4	24,1		16,3
	40	12		0,5		10,5	22,0			15,0	12	0,3		10,5	22,2		15,0
	45	11		0,1		9,6	20,5			13,8	11	0,3		9,6	20,4		13,8
50	10		0,7		8,8	18,0			12,5	10	0,3		8,8	18,5		12,5	
Wysoka	0	20				20,0	40,0	17,6	2,4	20				20,0	40,0	17,6	2,4
	5	19				18,2	38,0	17,1	2,8	19				18,5	38,0	17,1	2,4
	10	18				16,1	36,0	16,1	3,9	18				17,4	36,0	15,5	3,2
	15	17				14,6	34,0	14,4	4,9	17				14,8	34,0	14,6	4,6
	20	16				13,5	32,0	12,5	6,0	16				13,4	32,0	12,9	5,7
	25	15				11,2	30,0	11,3	7,5	15				12,1	30,0	11,1	6,8
	30	14	0,6			9,1	27,7	9,7	8,9	14				9,9	28,0	9,9	8,2
	35	13				8,5	26,0	7,6	10,0	13				8,8	26,0	7,9	9,3
	40	12				6,5	24,0	6,1	11,4	12				6,7	24,0	6,6	10,7
	45	11				4,6	22,0	4,6	12,8	11				5,6	22,0	4,6	11,8
50	10		2,9		6,1	18,6		12,5	10				6,7	20,0	1,2	12,2	

Źródło: opracowanie własne.

c.d. tabeli 7.

Kowariancja	Zasoby siły roboczej	% TUZ	Metoda Charnesa-Coopera						Metoda powielania ograniczeń							
			buraki	jęczmień towarowy	jęczmień na paszę	koniocyzna	pszelnica	rzepak	ziemiaki	buraki	jęczmień towarowy	jęczmień na paszę	koniocyzna	pszelnica	rzepak	ziemiaki
Wysoka bez ograniczeń	0	20				17,1	37,9		25,0	20				17,4	37,6	25,0
	5	19				15,0	37,3		23,8	19				16,3	35,9	23,8
	10	18			3,8	11,6	34,1		22,5	18		0,4		15,8	33,4	22,5
	15	17			10,4	7,9	28,4		21,3	17		0,1		14,9	31,8	21,3
	20	16			20,1	5,7	18,3		20,0	16				13,8	30,2	20,0
	25	15			33,7	4,8	2,8		18,8	15		0,5		13,1	27,6	18,8
	30	14			31,3		7,2		17,5	14		0,2		12,3	26,0	17,5
	35	13			28,9		6,9		16,3	13				11,3	24,4	16,3
	40	12			26,9		6,1		15,0	12				10,2	22,8	15,0
	45	11			25,0		5,0	0,2	13,8	11		0,4		9,6	20,2	13,8
50	10			22,2		5,3		12,5	10		0,1		8,8	18,7	12,5	

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 8. Wartości zmiennych określających strukturę zasiewów uzyskane w modelach wykorzystujących różne metody uwzględniania wahań losowych w bilansach paszowych przy założeniu wysokiej wariancji plonów z trwałych użytków zielonych (TUZ)

Kowariancja	Zasoby siły roboczej	% TUZ	Metoda Charnesa-Coopera						Metoda powielania ograniczeń								
			buraki	jęczmień towarowy	jęczmień na paszę	koniocyzna	pszelnica	rzepak	ziemiaki	buraki	jęczmień towarowy	jęczmień na paszę	koniocyzna	pszelnica	rzepak	ziemiaki	
Niska ograniczenie	0	20				20,0	40,0	17,6	2,4	20				20,0	40,0	17,6	2,4
	5	19				18,5	38,0	16,4	3,1	19				18,8	38,0	16,8	2,4
	10	18				17,0	36,0	14,8	4,2	18				17,7	36,0	14,8	3,5
	15	17				14,3	34,0	13,7	6,0	17				16,7	34,0	12,7	4,6
	20	16				13,8	32,0	11,1	7,1	16				15,7	32,0	10,6	5,7
	25	15				12,4	30,0	9,1	8,5	15				14,7	30,0	8,5	6,8
	30	14				10,0	28,0	7,7	10,3	14				13,7	28,0	6,4	7,8
	30	13				7,7	26,0	6,3	12,0	13				12,7	26,0	4,4	8,9
	40	12			0,1	5,2	23,9	4,9	13,8	12				10,8	24,0	2,9	10,4
	45	11			3,9	5,8	20,0	0,6	13,6	11				8,8	22,0	1,4	11,8
50	10			3,0	5,7	18,5	0,3	12,5	10				7,9	19,6		12,5	

c.d. tabeli 8.

Kowa- riancja	Zasoby siły robo- czej	% TUZ	Metoda Charnesa-Coopera					Metoda powielania ograniczeń								
			bu- raki	jęcz- mień towa- rowy	jęcz- mień na paszę	koni- czy- na	psze- nica	rze- pak	ziem- niaki	bu- raki	jęcz- mień towa- rowy	jęcz- mień na paszę	koni- czy- na	psze- nica	rze- pak	ziem- niaki
Niska	bez ogra- niczeń	0	20			17,1	37,9		25,0	20			17,4	37,6		25,0
		5	19			16,5	35,8		23,8	19	0,6		16,6	35,1		23,8
		10	18		0,3	15,8	33,5		22,5	18			15,5	34,0		22,5
		15	17		0,2	14,9	31,7		21,3	17			14,8	32,0		21,3
		20	16		0,3	14,0	29,7		20,0	16	0,1		14,0	29,9		20,0
		25	15			12,7	28,6		18,8	15	0,3		13,1	27,8		18,8
		30	14			12,1	26,4		17,5	14	0,5		12,3	25,7		17,5
		35	13			10,6	25,2		16,3	13			11,1	24,6		16,3
		40	12			10,0	22,9		15,0	12			10,4	22,6		15,0
		45	11			8,6	21,7		13,8	11	0,1		9,6	20,5		13,8
		50	10		4,4	8,8	14,3		12,5	10	0,3	8,8	18,4		12,5	
Wysoka	ogra- niczenie	0	20			20,0	40,0	17,6	2,4	20			20,0	40,0	17,6	2,4
		5	19		0,9	17,2	37,6	17,5	2,8	19			18,8	38,0	16,8	2,4
		10	18			16,6	36,0	15,6	3,9	18			17,7	36,0	14,8	3,5
		15	17			14,6	34,0	14,1	5,3	17	0,5		14,1	33,7	14,6	5,0
		20	16		0,7	12,1	31,6	12,8	6,7	16			13,0	32,0	13,0	6,0
		25	15		1,4	9,9	29,3	11,3	8,2	15			12,0	30,0	10,9	7,1
		30	14	0,3		8,8	27,8	9,1	9,9	14			9,9	28,0	9,5	8,5
		35	13		0,4	7,0	25,8	7,4	11,4	13			8,0	26,0	8,0	10,0
		40	12		1,6	4,4	23,2	6,0	12,8	12			7,1	24,0	5,8	11,0
		45	11		0,5	5,7	21,8	2,3	13,8	11			5,2	22,0	4,3	12,5
		50	10		13,9	0,5	13,0		12,5	10		7,5	20,0		12,5	
Wysoka	bez ogra- niczeń	0	20			17,1	37,9		25,0	20			17,4	37,6		25,0
		5	19		0,7	14,2	37,4		23,8	19			16,4	35,8		23,8
		10	18		8,1	9,6	31,7		22,5	18		3,5	11,9	34,1		22,5
		15	17		23,7	8,0	15,1		21,3	17		34,7	11,7	0,3		21,3
		20	16		36,0	5,9	2,1		20,0	16		36,0	8,0	0,0		20,0
		25	15		33,4		7,9		18,8	15		33,8	6,8	0,7		18,8
		30	14		31,5	0,1	6,9		17,5	14		31,5	6,5	0,5		17,5
		35	13		29,3		6,4	0,0	16,3	13		29,3	6,3	0,2		16,3
		40	12		27,1		5,8	0,1	15,0	12		27,0	5,1	0,9		15,0
		45	11		25,0		4,9	0,3	13,8	11		24,8	4,8	0,7		13,8
		50	10		22,1		5,4		12,5	10		22,5	4,6	0,4	12,5	

Źródło: opracowanie własne.

PODSUMOWANIE

Wyniki przeprowadzonych testów porównujących poszczególne metody wskazują na stwierdzenie, że rozwiązania modeli uzyskane przy zastosowaniu każdej z metod są dosyć podobne, poza nielicznymi wyjątkami odnoszącymi się raczej do sytuacji skrajnych. Dotyczy to zarówno wartości funkcji celu, jak i wartości poszczególnych zmiennych. Daje się jednak zauważyć pewną tendencja. W zdecydowanej większości przypadków metoda powielania ograniczeń nieco mniej ogranicza wartości funkcji celu niż metoda Charnesa-Coopera. Różnice na ogół są niewielkie, jednak wyraźne. Jest to o tyle istotne, że prawdopodobieństwo, iż ograniczenia, w których występują wahania losowe nie zostaną spełnione, jest w przypadku zastosowania metody powielania ograniczeń nieco mniejsze, niż założone (równe 0,05) w przypadku zastosowania metody Charnesa-Coopera. To zwiększenie prawdopodobieństwa spełnienia ograniczeń nie odbywa się kosztem zmniejszenia wartości funkcji celu ani wartości zmiennej „liczba krów”, na którą bezpośrednio wpływają ograniczenia z wahaniami losowymi parametrów techniczno-ekonomicznych.

Metoda powielania ograniczeń nie wymaga czynienia żadnych założeń co do typu rozkładu parametrów podlegających wahanom losowym. Stosowanie metody Charnesa-Coopera wymaga zaś przyjęcia założenia o normalności rozkładu tych parametrów. Jest to mocne założenie. Metoda powielania ograniczeń, w przeciwieństwie do metody Charnesa-Coopera, nie wymaga stosowania programowania nieliniowego. Przedstawione powyżej wyniki testów nie wskazują na pogorszenie wyników osiąganych przy pomocy metody powielania ograniczeń. Tak więc przy mniej restrykcyjnych założeniach i bez konieczności stosowania bardziej skomplikowanej metody obliczeniowej uzyskiwane są wyniki przynajmniej nie gorsze. A zatem pozwala to stwierdzić, że metoda powielania ograniczeń jest skuteczną metodą uwzględniania wahań losowych w parametrach ograniczeń modelu programowania liniowego służącego do optymalizacji planu produkcji gospodarstwa rolnego.

LITERATURA

- Borkowski B., Wrzosek P. 1993: Modyfikacja i zastosowanie metody Charnesa-Coopera do planowania struktury produkcji gospodarstw rolniczych. *Roczniki Nauk Rolniczych*, Seria G, tom 86, z. .86-98.
- Charnes A., Cooper W. 1959: Chance-Constrained Programming. *Mgmt. Sci.* 6, 73-79.
- Chou T.H., Heady E.O. 1961: Applications in Integer Programming. *Can. J. Agric. Econ.*, 9, 54-67.
- Colyer D. 1968: A Capital Budgeting, Mixed Integer Programming Model. *Can. J. Agric. Econ.*, 16, 145-163.
- Francisco, E.M., Kennedy, J.O.S. 1975: A Note on the Use of Tshebysheff's Inequality in Linear Programming. *J. Agric. Econ.* 26, 265-267.
- Gędek S. 1984: The Methods of Considering Risk in Programming Models Used in Agriculture. *Annales UMCS*, sectio H, vol. XVIII, 363-379.
- Gędek S. 1993: Uwzględnianie ryzyka w bilansach paszowych modelu programowania liniowego. *Roczniki Nauk Rol.* Seria G, tom 86, z..... 99-110.
- Gędek S., Jabłonowski S. 2001: Ograniczanie ryzyka w planach rocznych gospodarstwa rolnego. Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych – II. Wydawnictwo SGGW, Warszawa, 101-118.
- Hazell P.B.R. 1970: Game Theory – An Extension of its Application to Farm Planning under Uncertainty. *J. Agric. Econ.* 21, 239-252.
- Hazell P.B.R. 1971: A Linear Alternative to Quadratic and Semivariance Programming for Farm Planning under Uncertainty. *Am. J. Agric. Econ.*, 53, 53-62.
- Hildreth C. Reiter S. 1951: On the Choice of Crop Rotation Plan. [W:] Koopmans T. (red.): *Activity Analysis of Production and Allocation*. John Wiley and Sons, New York, 177-188.
- Jabłonowski S. 1994: Pewne modele programowania stochastycznego i kryteria ich wyboru w zastosowaniu do planowania produkcji w gospodarstwie rolnym. *Zag. Ekon. Rol.* nr 6, 17-34.

- Jabłonowski S. 1995: Oszacowanie prawdopodobieństwa spełnienia postulatów dla wybranych modeli programowania stochastycznego stosowanych w rolnictwie. *Przegląd Statystyczny*, XLII, 435-448.
- Madansky A. 1962: Methods of Solution of Linear Program under Uncertainty. *Op. Res.*, 10, 463-471.
- Malicki M. 1992: Ryzyko w planowaniu gospodarki paszowej. Wydawnictwo Akademii Rolniczej w Szczecinie, Rozprawy, nr 148, Szczecin.
- Manteuffel R. 1962: Metody i stan badań nad racjonalizacją gospodarstw rolniczych (za granicą i w Polsce). *Zag. Ekon. Rol.*, nr 1, 5-23.
- Mazurkiewicz A. 1986: Automatyczne zestawianie bilansów zmianowania w liniowych modelach gospodarstw rolniczych i ogrodniczych. *Zag. Ekon. Rol.*, nr 6, 59-77.
- McInerney J.P. 1967: Maximin Programming – an Approach to Farm Planning under Uncertainty. *J. Agric. Econ.*, 18, 279-289.
- Podkaminer L. 1980: Planowanie optymalizacyjne w rolnictwie w warunkach niepewności. Podejście bernoullijskie. IBS PAN, Ossolineum, Wrocław.
- Rahman S.A., Bender F.E. 1971: Linear Programming Approximation of Least-Cost Mixes with Probability Restrictions. *Am. J. Agric. Econ.*, 53, 612-618.
- Reisch E. 1962: Die lineare Programmierung in der landwirtschaftlichen Betriebs-wirtschaft. BLV Verlagsgesellschaft, München, Basel, Wien.
- Schmidt S. 1958: W sprawie programowania liniowego w rolnictwie. *Zag. Ekon. Rol.*, nr 1, 26-34.
- Urban M. 1976: Przydatność metody programowania liniowego w rolnictwie. *Zag. Ekon. Rol.*, nr 1, 57-71.
- Weinschenck G. 1967: Optymalna organizacja gospodarstwa rolniczego. PWRiL, Warszawa.
- Wicks J.A. Guise J.W.B. 1978: An Alternative Solution to Linear Programming Problems with Stochastic Input-Output Coefficients. *Austr. J. Agric. Econ.*, 22, 22-40.

Stanisław Gędek

COMPARISON OF A RISK CONSIDERING METHODS IN THE FEED CONSTRAINTS OF A FARM OPTIMISATION LINEAR PROGRAMMING MODEL

Summary

The aim of the paper was to test two methods of considering risk in the input-output coefficients of a linear programming model used to optimise farm production plans. There were analysed the Charnes-Cooper method and the constraints multiplication method. The analysis based on the 88 farm models. The models used for the comparison differ by the size of resources (the proportions of arable land and meadows, labour) and the level of the input-output coefficient variance-covariance matrix. Both methods gives quite similar results in the most cases. The test provided that the constraints multiplication method is slightly less restrictive to the objective function and the value of the risk affected variables.

Adres do korespondencji:
dr Stanisław Gędek
Akademia Rolnicza w Lublinie
Katedra Ekonomiki i Organizacji Agrobiznesu
ul Akademicka 13
20-950 Lublin
tel. (0 81) 461 05 61
e-mail: gedek@op.pl